

1. Marchenko A.N. *Parameterization of the Earth's gravity field. Point and line singularities*, Lviv: Lviv Astronomical and Geodetic Society, 1998.-210p. 2. Марченко О.М., Третяк Н.П. *Аналіз поверхні рівня моря в околі антарктичної станції «Академік Вернадський»//XI Міжнародний науково-технічний симпозиум «Геоінформаційний моніторинг навколишнього середовища GPS і GIS - технології», 7-12 вересня 2006р. Алушта (Крим) 2006. С. 163-166. 3. Мориц Г. *Современная физическая геодезия.*- М.- Недра-1983.-392с. 4. Третяк Н.П. *Аналіз динаміки океанічної поверхні в околі Антарктики // Новітні досягнення геодезії, геоінформатики та землевпорядкування. Зб. наук. праць. Чернівці – 2007. - №3. – с. 53-58.**

УДК 528.21/22

О. Марченко, Н. Ярема
Національний університет “Львівська політехніка”

ПОБУДОВА СИСТЕМИ ОСНОВНИХ МЕХАНІЧНИХ ПАРАМЕТРІВ ЗЕМЛІ

© Марченко О., Ярема Н., 2007

Статья посвящена моделированию системы фундаментальных параметров Земли на основе современных геодезических и астрономических данных. В работе выполнено уравнивание астрономических и геодезических параметров планеты и дан сравнительный анализ результатов, полученных двумя методиками. Выполнено оценивание вековых вариаций основных астрономо-геодезических параметров планеты.

The development of new closed expressions for the simultaneous adjustment of astronomical and geodetic global parameters was done. A consistent set of the Earth's fundamental parameters based on recent geodetic and astronomical data was constructed. Secular variations of basic astronomical and geodetic parameters were estimated in view of their further use for the precession-nutation theory.

Постановка проблеми та її зв'язок з науковими завданнями. Фундаментальні сталі або параметри є надійно визначеними за даними астрономічних, геодезичних та ін. вимірів константи, які входять в математичні моделі та теорії опису окремих природних явищ поступально-обертального руху Землі, фігури та гравітаційного поля планети і є предметом міждисциплінарного вивчення наук про Землю. Саме останній факт призводить до їх ретельного перегляду час від часу спеціальними комісіями IAU, IUGG та службами IAG, за рахунок чого фундаментальні сталі приймаються на відповідні епохи, які співпадають з Міжнародними Асамблеями IAU та IUGG.

Враховуючи сучасні досягнення вивчення гравітаційного поля та його варіацій в часі після запусків активних ШСЗ типу CHAMP і GRACE на низьких орбітах, зазначимо суттєве зростання точності гармонічних коефіцієнтів геопотенціалу до 120-го степеня/порядку та найбільш надійні оцінки для геоцентричної гравітаційної сталої GM і гармонічних коефіцієнтів \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} геопотенціалу другого степеня. Результати обробки VLBI вимірів на інтервалі близько 20 років призвели до ряду значно точніших оцінювань сталої прецесії та динамічного стиснення Землі H_D .

Останні роки характеризуються суттєвим зростанням точності визначення основних механічних параметрів Землі, яке відкрило можливості вивчення їх варіацій в часі методами супутникової геодезії, глобальної геодинаміки і сучасної астрономії.

Постановка завдання та його розв'язок. Узгодженню основних механічних параметрів Землі присвячена робота [5] для вибору системи фундаментальних сталих Землі, що було однією з центральних задач Підкомісії 5 SC1 IAG “Гідростатично/ізостатичні референсні моделі Землі”. Однак в цій роботі [5] було використано математичний апарат нескінченно малих обертань, який призводить до ненульового значення ($\sim 10^{-14}$ і більше) сліду девіаторної частини тензора інерції Землі. Значне підвищення точності спостережень призвело останнім часом до особливої уваги визначення часових варіацій гармонічних коефіцієнтів геопотенціалу і їх відповідного геофізичного трактування. У роботі використано методологічно строге перетворення гармонічних коефіцієнтів геопотенціалу другого степеня від заданої на фіксовану епоху системи координат до деякої близької системи (зв'язаної з віссю фігури планети), що “дрейфує” в часі по відношенню до вихідної. Задача розв'язана у замкнутому вигляді для коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ з додатковою умовою на збереження – при поворотах системи координат – нульовим сліду девіаторної частини тензора інерції планети, що призвело до достатньо простого алгоритму, який базується на використанні ортогональних матриць для випадку скінченних обертань.

Методика та результати узгодження гармонічних коефіцієнтів другого степеня.

Розглянемо вектор $\mathbf{c} = [\bar{C}_{20}, \bar{C}_{21}, \bar{S}_{21}, \bar{C}_{22}, \bar{S}_{22}]^T$ гармонічних коефіцієнтів гравітаційного поля Землі $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ другого порядку, заданих в загальноземній системі XYZ координат, та вектор $\mathbf{a} = [\bar{A}_{20}, \bar{A}_{21}, \bar{B}_{21}, \bar{A}_{22}, \bar{B}_{22}]^T$ гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{A}_{2m}, \bar{B}_{2m}$, віднесених до координатної системи $X'Y'Z'$, з малою різницею $Z - Z'$ в орієнтації третьої осі на рівні величин координат полюса Землі відносно системи XYZ . Між цими векторами може бути встановлена лінійна залежність

$$\mathbf{c} = \mathbf{R}_{\theta\lambda} \cdot \mathbf{a} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} \\ -r_{12} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} \\ -r_{13} & r_{23} & r_{33} & r_{34} & r_{35} \\ r_{14} & -r_{24} & -r_{34} & r_{44} & r_{45} \\ r_{15} & -r_{25} & -r_{35} & r_{45} & r_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{a}, \quad (1)$$

якщо вісь Z' задається положенням середнього полюса Землі, а матриця $\mathbf{R}_{\theta\lambda}$ залежить тільки від полярних координат середнього полюса θ_p, λ_p і представлена елементами (2). Зрозуміло, що і ортогональна транспонована матриця $\mathbf{R}_{\theta\lambda}^T$ залежить тільки від координат полюса на задану епоху.

$$\left. \begin{aligned} r_{11} &= (3\cos^2\theta - 1)/2, & r_{25} &= -\sin\lambda \sin\theta(2\cos^2\lambda \cdot u_3 + 1), \\ r_{12} &= -\sqrt{3}\cos\lambda \sin\theta \cos\theta, & r_{33} &= \cos^2\lambda \cos\theta + \sin^2\lambda \cdot u_2, \\ r_{13} &= -\sqrt{3}\sin\lambda \sin\theta \cos\theta, & r_{34} &= \sin\lambda \sin\theta(\cos\theta - 2\cos^2\lambda \cdot u_3), \\ r_{14} &= (\sqrt{3}\sin^2\theta \cdot u_1)/2, & r_{35} &= -\cos\lambda \sin\theta \cdot u_5, \\ r_{15} &= \sqrt{3}\cos\lambda \sin\lambda \sin^2\theta, & r_{44} &= -(4\cos^2\lambda \sin^2\lambda \cdot u_3^2 - \cos^2\theta - 1)/2, \\ r_{22} &= \cos^2\lambda \cdot u_2 + \cos\theta \sin^2\lambda, & r_{45} &= \cos\lambda \sin\lambda \cdot u_3^2 u_1, \\ r_{23} &= \cos\lambda \sin\theta(u_2 - \cos\theta), & r_{55} &= 2\cos^2\lambda \sin^2\lambda \cdot u_3^2 + \cos\theta, \\ r_{24} &= -\cos\lambda \sin\theta \cdot u_4, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= 2 \cos^2 \lambda - 1, \\ u_2 &= 2 \cos^2 \theta - 1, \\ u_3 &= \cos \theta - 1, \\ u_4 &= \cos \theta \cdot u_1 + 2 \sin^2 \lambda, \\ u_5 &= 2 \cos^2 \lambda + 2 \cos \theta \sin^2 \lambda - 1. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Отже, обернене перетворення може бути представленим за допомогою ортогональної матриці $\mathbf{R}_{\theta\lambda}^T$, яка визначається транспонуванням $\mathbf{R}_{\theta\lambda}$ з елементами, вираженими в (2), (3):

$$\mathbf{a} = \mathbf{R}_{\theta\lambda}^T \cdot \mathbf{c}. \quad (4)$$

Вихідними даними є шість наборів гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ для шести моделей геопотенціалу EGM96, GGM01S, GGM02C, EIGEN-GRACE02S, EIGEN-SHAMP03S, EIGEN-GL04C. Для взаємного узгодження різних наборів $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ з використанням рівнянь (1), (4) прийемо епоху $t_0=2000$ і додаткову інформацію про координати середнього полюса, оскільки на основі положення середнього полюса \bar{x}_p, \bar{y}_p (або кутів $\bar{\theta}_p, \bar{\lambda}_p$) визначається положення осі фігури \bar{C} або осі полярного моменту інерції C . Якщо стоксові сталі $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ є заданими, то рівняння (4) можна використати для обчислення коефіцієнтів $\bar{A}_{2m}, \bar{B}_{2m}$, віднесених до осі Z' , яка співпадає з середнім полюсом на епоху t_0 . Явні вирази для \bar{A}_{21} і \bar{B}_{21} згідно (4) приймають таку форму

$$\bar{A}_{21} = r_{12}\bar{C}_{20} + r_{22}\bar{C}_{21} + r_{23}\bar{S}_{21} - r_{24}\bar{C}_{22} - r_{25}\bar{S}_{22}, \quad (5a)$$

$$\bar{B}_{21} = r_{13}\bar{C}_{20} + r_{23}\bar{C}_{21} + r_{33}\bar{S}_{21} - r_{34}\bar{C}_{22} - r_{35}\bar{S}_{22}, \quad (5b)$$

і повинні за визначенням дорівнювати нулю у випадку співпадання осі Z' та осі фігури \bar{C} на прийнятій епоху t_0 . З такої точки зору рівняння (5) можуть розглядатися як відповідний інструмент перевірки співпадання осі Z' та осі фігури \bar{C} .

Для вибраної епохи $t_0=2000$ IERS Conventions 2003 рекомендує [7] такі координати середнього полюсу $\bar{x}_p(t_0) = 0.054''$, $\bar{y}_p(t_0) = 0.357''$ та їх швидкості $\dot{\bar{x}}_p(t_0) = 0.00083$ ["/рік], $\dot{\bar{y}}_p(t_0) = 0.00395$ ["/рік], які входять у відповідні моделі лінійної зміни з часом

$$\bar{x}_p(t) = \bar{x}_p(t_0) + (t - t_0) \cdot \dot{\bar{x}}_p(t_0), \quad \bar{y}_p(t) = \bar{y}_p(t_0) + (t - t_0) \cdot \dot{\bar{y}}_p(t_0), \quad (6)$$

що можуть бути використаними для приведення гармонічних коефіцієнтів $\bar{C}_{21}, \bar{S}_{21}$ на єдину епоху за формулами

$$\bar{C}_{21}(t) = \bar{C}_{21}(t_0) + (t - t_0) \cdot \dot{\bar{C}}_{21}, \quad \bar{S}_{21}(t) = \bar{S}_{21}(t_0) + (t - t_0) \cdot \dot{\bar{S}}_{21}. \quad (7)$$

На основі наближених формул Ламбека

$$\bar{C}_{21}(IERS) \approx \sqrt{3}\bar{C}_{20}\bar{x}_p, \quad \bar{S}_{21}(IERS) \approx -\sqrt{3}\bar{C}_{20}\bar{y}_p \quad (8)$$

шляхом підстановки моделі (6) в (8) і порівняння результату з (7) неважко отримати наступні формули для похідних $\dot{\bar{C}}_{21}$ і $\dot{\bar{S}}_{21}$:

$$\dot{\bar{C}}_{21} = \sqrt{3}\bar{C}_{20} \cdot \dot{\bar{x}}_p(t_0), \quad \dot{\bar{S}}_{21} = -\sqrt{3}\bar{C}_{20} \cdot \dot{\bar{y}}_p(t_0). \quad (9)$$

Табл.1 ілюструє обчислені \bar{A}_{21} і \bar{B}_{21} для 6 моделей геопотенціалу.

Таблиця 1

Гармонічні коефіцієнти \bar{A}_{21} , \bar{B}_{21} , обчислені на основі (5), (9) та прийятих $\bar{x}_p = 0.054''$ і $\bar{y}_p = 0.357''$ на епоху $t_0=2000$ (IERS2003 [7])

Параметр	EGM96	GGM01S	GGM02C	EIGEN-GRACE02S	EIGEN-CHAMP03S	EIGEN-GL04C
$\bar{A}_{21} \cdot 10^{10}$	-0.116	-0.380	0.180	-0.720	0.254	-0.191
$\bar{B}_{21} \cdot 10^{10}$	-0.275	-0.325	-0.508	0.770	0.744	-0.709

Для фіксації єдиної осі фігури \bar{C} визначимо нижче один набір \bar{C}_{2m} і \bar{S}_{2m} ($t_0=2000$) з врівноваження методом найменших квадратів заданих 6-ти наборів коефіцієнтів, приймаючи до уваги дві природні умови для лівої частини (5): $\bar{A}_{21} = \bar{B}_{21} = 0$.

Отже, для $l=6$ заданих моделей геопотенціалу спочатку обчислимо гармонічні коефіцієнти $\bar{A}_{2m}^{(j)}$, $\bar{B}_{2m}^{(j)}$ ($j=1,2,\dots,l$), трактуючи їх як спостереження. На другому етапі, використовуючи лінійне відносно гармонічних коефіцієнтів співвідношення (4), (2), (3), одержимо параметричні рівняння з 5 невідомими елементами вектора $\mathbf{c} = [\bar{C}_{20}, \bar{C}_{21}, \bar{S}_{21}, \bar{C}_{22}, \bar{S}_{22}]^T$ в наступній лінійній формі

$$\mathbf{R}_{\theta\lambda}^T \cdot \begin{pmatrix} \bar{C}_{20} \\ \bar{C}_{21} \\ \bar{S}_{21} \\ \bar{C}_{22} \\ \bar{S}_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{A}_{20}^{(j)} \\ \bar{A}_{21}^{(j)} \\ \bar{B}_{21}^{(j)} \\ \bar{A}_{22}^{(j)} \\ \bar{B}_{21}^{(j)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_1^{(j)} \\ \varepsilon_2^{(j)} \\ \varepsilon_3^{(j)} \\ \varepsilon_4^{(j)} \\ \varepsilon_5^{(j)} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

де $\varepsilon_i^{(j)}$ – вплив похибок визначення. Матриця $\mathbf{R}_{\theta\lambda}^T$ системи (10) залежить тільки від координат середнього полюсу на епоху 2000р. Вектор \mathbf{c} знаходиться з розв'язку відповідної системи нормальних рівнянь з двома додатковими умовами (5), тобто, – з нульовими правими частинами в (5).

Приймаючи для всіх моделей гармонічні коефіцієнти $\bar{A}_{2m}^{(j)}$, $\bar{B}_{2m}^{(j)}$ в системі $X'Y'Z'$ як спостереження, отримуємо врівноважені гармонічні коефіцієнти \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} на епоху 2000р.

Табл.2 ілюструє набір врівноважених \bar{C}_{2m} , \bar{S}_{2m} , які відновлюють точно вибрані координати середнього полюсу $\bar{x}_p = 0.054''$ і $\bar{y}_p = 0.357''$ (IERS2003 на епоху $t_0=2000$), при використанні точних формул Ламбека [4]:

$$\bar{x}_p = \frac{(\sqrt{3}\bar{C}_{20} + \bar{C}_{22})\bar{C}_{21} + \bar{S}_{22}\bar{S}_{21}}{3\bar{C}_{20}^2 - \bar{C}_{22}^2 - \bar{S}_{22}^2}, \quad \bar{y}_p = -\frac{(\sqrt{3}\bar{C}_{20} - \bar{C}_{22})\bar{S}_{21} + \bar{S}_{22}\bar{C}_{21}}{3\bar{C}_{20}^2 - \bar{C}_{22}^2 - \bar{S}_{22}^2}. \quad (11)$$

Таким чином, замість наближених формул (8), рекомендованих в IERS Conventions 2003 [7]:

$$\bar{x}_p = \frac{\bar{C}_{21}}{\sqrt{3}\bar{C}_{20}}, \quad \bar{y}_p = -\frac{\bar{S}_{21}}{\sqrt{3}\bar{C}_{20}}, \quad (12)$$

слід використовувати саме (11), оскільки різниці між двома формулами призводять до величин близько $0.001''$, які можуть мати порядок точності координат полюсу. Найменша відносна точність

і відповідна узгодженість є характерними для визначення секторіальних гармонічних коефіцієнтів \bar{C}_{22} і \bar{S}_{22} , що потребує особливої уваги при їх визначенні супутниковими методами.

Таблиця 2

Врівноважені значення $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$ в припливній системі ZFTS (епоха: $t_0=2000$; $GM=398600.4415$ км³/с²; $a=6378136.49$ м; $\bar{x}_p = 0.054''$, $\bar{y}_p = 0.357''$)

Параметр	EGM96, GGM01S, GGM02C, EIGEN-GRACE02S, EIGEN-CHAMP03S, EIGEN-GL04C	Відносна похибка визначення
$\bar{C}_{20} \cdot 10^6$	$-484.16940829 \pm 0.00003380$	$7.0 \cdot 10^{-8}$
$\bar{C}_{21} \cdot 10^6$	$-0.00022261097 \pm 0.00000000004$	$1.8 \cdot 10^{-7}$
$\bar{S}_{21} \cdot 10^6$	$0.0014476054772 \pm 0.00000000011$	$7.6 \cdot 10^{-8}$
$\bar{C}_{22} \cdot 10^6$	$2.43934361 \pm 0.00002094$	$8.6 \cdot 10^{-6}$
$\bar{S}_{22} \cdot 10^6$	$-1.40029495 \pm 0.00002087$	$1.5 \cdot 10^{-5}$

Узгодження астрономічних та геодезичних параметрів Землі. Методологічно точні нелінійні співвідношення для перетворення стоксових сталих $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$, заданих в системі X,Y,Z, в систему головних моментів інерції Землі $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}$ отримані в роботі [5] разом з строгою оцінкою точності результатів. За допомогою формул

$$H_D = \left[C - \frac{1}{2}(A + B) \right] / C, \tag{13}$$

$$\bar{A}_{20} = \frac{1}{2\sqrt{5}}(A + B - 2C), \quad \bar{A}_{22} = \frac{3}{2\sqrt{15}}(B - A), \tag{14}$$

для k значень $H_D^{(i)}$ ($i=1,2,\dots,k$) та для l наборів гармонічних коефіцієнтів другого порядку $\bar{A}_{20}^{(j)}$, $\bar{A}_{22}^{(j)}$ моделей гравітаційного поля після лінеаризації будемо використовувати лінійну систему параметричних рівнянь [5]

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2C_0} & -\frac{1}{2C_0} & \frac{A_0 + B_0}{2C_0^2} \\ \frac{1}{2\sqrt{5}} & \frac{1}{2\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{3}{2\sqrt{5}} & \frac{3}{2\sqrt{5}} & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} dA \\ dB \\ dC \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_D^{(i)} \\ \bar{A}_{20}^{(j)} \\ \bar{A}_{22}^{(j)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_H^{(i)} \\ \varepsilon_{20}^{(j)} \\ \varepsilon_{22}^{(j)} \end{pmatrix}, \tag{15}$$

в яких A_0, B_0, C_0 – наближені значення головних моментів A, B, C , а dA, dB, dC – поправки, отримані з розв'язку відповідної (15) системи нормальних рівнянь. Зауважимо, що в якості початкових наближень A_0, B_0, C_0 можуть бути вибрані осереднені значення $H_D, \bar{A}_{20}, \bar{A}_{22}$ для визначення трьох початкових наближень A_0, B_0, C_0 .

Лише загальна прецесія в довготі p_A теорії МНВ 2000 [6] та p_A Т.Fukushima [2] відповідають випадку нетвердої Землі. Інші теорії розвинуті для випадку твердої планети, за рахунок чого ми приходимо до необхідності приведення значень p_A та відповідних динамічних стиснень H_D до більш реального і рекомендованого випадку $p_A = 50.2879225$ ["/рік], враховуючи, що визначений ефект -0.0002105 ["/рік] дії припливного потенціалу на припливну деформацію нетвердої Землі відображає перехід від твердої до нетвердої планети. Спеціальні

дослідження показали, що саме цей ефект практично пояснює різниці між значеннями моментів інерції, обчисленими для випадків твердої і нетвердої Землі. З врахуванням останнього ми приймаємо нижче гіпотезу, що динамічне стиснення H_D теорії МНВ 2000 відповідає припливній системі ZFTS.

Таким чином, враховуючи різниці між значеннями сталої прецесії p_A та динамічних стиснень H_D , виникає, на відміну від [5], додаткова задача їх приведення до загального значення $p_A = 50.2879225$ ["/рік] сталої прецесії теорії МНВ 2000 нетвердої Землі. Отже, необхідно виконати перетворення шести величин p_A до вибраного $p_A = 50.2879225$ ["/рік] на основі диференціальної формули [10]:

$$dH_D = \frac{\delta H_D}{\delta p_A} dp_A = 6.4947 \cdot 10^{-7} dp_A, \quad (16)$$

де dp_A є вираженим в секундах дуги за Юліанське століття, і з $dp_A = -0.02775"/\text{су}$, $dp_A = 0.02225"/\text{су}$ та $dp_A = -0.00325"/\text{су}$, відповідно, ми отримуємо наведені в табл.3 значення H_D з їх трактуванням випадку нетвердої планети та гіпотези віднесення до припливної системи ZFTS.

Таблиця 3

Результати визначення динамічного стиснення H_D

Автор, теорія нутації	Стала прецесії p_A ["/рік], J2000	H_D	Приведена стала прецесії p_A ["/рік], J2000	Приведене значення H_D
Williams (1994) [11], RE	50.287700	0.0032737634	50.2879225	0.003273777851
Souchay та Kinoshita (1996) [9], RE	50.287700	0.0032737548	50.2879225	0.003273769251
Hartmann та ін. (1997,1999) [3], RE	50.288200	0.003273792489	50.2879225	0.003273774466
Bretagnon та ін. (1988) [1], RE	50.287700	0.003273766818 ± 0.000000000023	50.2879225	0.003273781269
Roosbeek, Dehant (1998) [9], RE	50.287700	0.0032737674	50.2879225	0.003273781851
МНВ 2000 [6], NRE	50.2879225 ± 0.000018	0.0032737949 ± 0.0000000012	50.2879225	0.003273794900
Fukushima (2003) [2], NRE	50.287955 ± 0.000003	0.0032737804 ± 0.0000000003	50.2879225	0.003273778289

Таблиця 4

Геодезичні параметри в системі головних осей інерції (система ZFTS; $GM=398600.4415 \text{ км}^3/\text{с}^2$; $a=6378136.49 \text{ м}$; епоха $t_0=2000$)

Параметр	EGM96	GGM01S	GGM02C	EIGEN-GRACE02S	EIGEN-CHAMP03S	EIGEN-GL04S
$\bar{A}_{20} \cdot 10^6$	-484.169354 ± 0.000036	-484.168997 ± 0.00027	-484.169360 ± 0.000061	-484.169332 ± 0.000053	-484.169697 ± 0.000092	-484.169443 ± 0.000025

$\bar{A}_{22} \cdot 10^6$	2.812452 ±0.000054	2.812651 ±0.000085	2.812658 ±0.000031	2.812739 ±0.000024	2.812686 ±0.000025	2.812703 ±0.000017
$(C - A) \cdot 10^6$	1086.26645 ±0.000106	1086.26591 ±0.000603	1086.26673 ±0.000142	1086.26677 ±0.000123	1086.26752 ±0.000208	1086.26697 ±0.000060
$(C - B) \cdot 10^6$	1079.00473 ±0.000106	1079.00367 ±0.000603	1079.00448 ±0.000142	1079.00431 ±0.000123	1079.00519 ±0.000208	1079.00460 ±0.000060
$(B - A) \cdot 10^6$	7.261720 ±0.000139	7.262233 ±0.000219	7.262251 ±0.000080	7.262461 ±0.000063	7.262323 ±0.000064	7.262368 ±0.000045
$1/f$	298.256490 ±0.000013	298.256597 ±0.000079	298.256488 ±0.000020	298.256496 ±0.000017	298.256387 ±0.000028	298.256463 ±0.000010
$1/f_e$	91443.1 ±1.8	91436.7 ±2.8	91436.4 ±1.0	91433.8 ±0.8	91435.5 ±0.8	91434.9 ±0.6

Головні моменти інерції планети A, B, C були визначені з врівноваження за способом найменших квадратів астрономічних та геодезичних параметрів, віднесених до загальної припливної системи ZFTS та єдиної епохи. В якості “вимірів” вибрано сім H_D (табл.3) і шість наборів (табл.4) стоксових сталих $\bar{A}_{20}, \bar{A}_{22}$, приведених в систему головних осей інерції на основі методики [5]. Оскільки реальна оцінка точності для цих $H_D^{(i)}$ невідома в літературі (див. зауваження [5]), то при наступному врівноваженні для кожного з 7 значень $H_D^{(i)}$ було вибрано однакове стандартне відхилення ($\pm 0.74 \cdot 10^{-8}$), обчислене відносно їх середньої величини.

Таблиця 5

Результати врівноваження астрономічних H_D і геодезичних $\bar{A}_{20}, \bar{A}_{22}$ параметрів (система ZFTS; $GM=398600.4415 \text{ км}^3/\text{с}^2$; $a=6378136.49 \text{ м}$; $t_0=2000$)

Параметр	7 H_D + 6 моделей: EGM96 + GGM01S + GGM02C + EIGEN-CHAMP03S + EIGEN-GRACE02S + EIGEN-GL04S	Відносна похибка визначення
<i>Врівноважений</i>		
A	0.329612745 ± 0.00000050	1.52·10 ⁻⁶
B	0.329620007 ± 0.00000050	1.52·10 ⁻⁶
C	0.330699011 ± 0.00000050	1.52·10 ⁻⁶
<i>Обчислений на основі A, B і C</i>		
I_m	0.329977254 ± 0.00000050	1.52·10 ⁻⁶
H_D	0.003273779697 ± 0.0000000050	1.53·10 ⁻⁶
$(C - A) \cdot 10^6$	1086.266876 ± 0.000071	6.54·10 ⁻⁸
$(C - B) \cdot 10^6$	1079.004543 ± 0.000071	6.58·10 ⁻⁸
$(B - A) \cdot 10^6$	7.262334 ± 0.000050	6.88·10 ⁻⁶
$\alpha = (C - B) / A$	(3273.5523 ± 0.0050) · 10 ⁻⁶	1.53·10 ⁻⁶
$\beta = (C - A) / B$	(3295.5126 ± 0.0051) · 10 ⁻⁶	1.53·10 ⁻⁶
$\gamma = (B - A) / C$	(21.9606 ± 0.0002) · 10 ⁻⁶	9.11·10 ⁻⁶

$\bar{A}_{20} \cdot 10^6$	$-484.16940829 \pm 0.000032$	$6.61 \cdot 10^{-8}$
$\bar{A}_{22} \cdot 10^6$	2.81268979 ± 0.000034	$1.21 \cdot 10^{-5}$
$1/f$	298.256474 ± 0.000012	$4.02 \cdot 10^{-8}$
$1/f_e$	91435.4 ± 1.1	$1.20 \cdot 10^{-5}$

Точність гармонічних коефіцієнтів, геометричних полярного $1/f$ і екваторіального $1/f_e$ стиснень має приблизно такий самий рівень, як і при обчисленні для кожної моделі гравітаційного поля незалежно (табл.2). Врівноважене динамічне стиснення H_D з табл.5 добре узгоджується в межах оцінки точності із значенням $H_D = 0.0032737783$ Т.Fukushima [2]. Такий висновок зберігається і при незалежному врівноваженні шести H_D , і тих самих наборів \bar{A}_{20} , \bar{A}_{22} без включення значення H_D Т.Fukushima [2].

Для порівняння основні механічні параметри Землі були обчислені на основі незалежно врівноважених stokсових сталих другого степеня з табл.2 та $H_D = 0.003273779697 \pm 0.000000005$. Результати у двох випадках практично співпадають. Отже, ми можемо прийняти в якості основного набору набір механічних та геометричних параметрів планети з табл.5.

Орієнтація головних осей інерції \bar{A} , \bar{B} і \bar{C} була знайдена на основі методики [5] для кожної моделі гравітаційного поля та врівноваженого набору гармонічних коефіцієнтів другого степеня з табл.2. Табл.6 ілюструє сферичні координати головних осей інерції разом з їх оцінкою точності.

Таблиця 6

Сферичні координати головних осей інерції та їх оцінка точності ($t_0=2000$)

Модель	Широта осі \bar{A} [°]	Довгота осі \bar{A} [°]	Широта осі \bar{B} [°]	Довгота осі \bar{B} [°]	Широта осі \bar{C} [°]	Довгота осі \bar{C} [°]
EGM96	-0.000040 ± 0.000003	345.0712 ± 0.0006	0.000090 ± 0.000003	75.0712 ± 0.0006	89.999901 ± 0.000003	279.2221 ± 1.62
GGM01S	-0.000042 ± 0.000005	345.0710 ± 0.0009	0.000089 ± 0.000005	75.0710 ± 0.0009	89.999901 ± 0.000005	280.2882 ± 3.07
GGM02C	-0.000038 ± 0.000002	345.0713 ± 0.0003	0.000089 ± 0.000002	75.0713 ± 0.0003	89.999903 ± 0.000002	278.1934 ± 1.13
EIGEN- GRACE02S	-0.000046 ± 0.000002	345.0712 ± 0.0002	0.000096 ± 0.000002	75.0712 ± 0.0002	89.999894 ± 0.000002	280.7848 ± 0.89
EIGEN- CHAMP03S	-0.000040 ± 0.000004	345.0705 ± 0.0003	0.000097 ± 0.000004	75.0705 ± 0.0003	89.999895 ± 0.000004	277.2489 ± 2.31
EIGEN- GL04S	-0.000040 ± 0.000001	345.0713 ± 0.0002	0.000087 ± 0.000001	75.0713 ± 0.0002	89.999904 ± 0.000001	279.8118 ± 0.66
\bar{C}_{2m} і \bar{S}_{2m} з табл.2	-0.0000400 $\pm 0.3 \cdot 10^{-9}$	345.071101 ± 0.0002	0.0000920 $\pm 0.2 \cdot 10^{-9}$	75.071101 ± 0.0002	89.999900 $\pm 0.1 \cdot 10^{-10}$	278.601385 ± 0.000002

В табл.7 подано полярні координати осі C інерції. Зауважимо, що точність x_c і y_c в табл.7 для двох моделей GGM01S та EIGEN-CHAMP03S є меншою, ніж точність 0.01" координат середнього полюсу. Крім того, орієнтація головних осей практично не залежить від прийнятого перманентного припливного ефекту в коефіцієнт \bar{C}_{20} . Табл.7 демонструє співпадання координат осі фігури x_c і y_c набору \bar{C}_{2m} і \bar{S}_{2m} (табл.2) з координатами середнього полюсу $\bar{x}_p(t_0) = 0.054''$, $\bar{y}_p(t_0) = 0.357''$ на епоху $t_0=2000$ (рекомендованими IERS Conventions 2003 [7]) за рахунок використання додаткових умов (5) при врівноваженні за способом найменших квадратів.

Таблиця 7

Полярні координати осі інерції \bar{C} та їх оцінка точності ($t_0=2000$)

Модель гравітаційного поля	$x_C \cdot 10^3, [m]$	$y_C \cdot 10^3, [m]$
EGM96	56.862 ± 10.1	350.217 ± 9.9
GGM01S	63.343 ± 19.0	348.962 ± 18.9
GGM02C	49.600 ± 6.9	344.483 ± 7.2
EIGEN-GRACE02S	71.617 ± 6.0	375.969 ± 6.0
EIGEN-CHAMP03S	47.744 ± 15.2	375.355 ± 15.2
EIGEN-GL04S	58.715 ± 4.0	339.508 ± 4.0
\bar{C}_{2m} і \bar{S}_{2m} з табл.2	$54.001 \pm 0.1 \cdot 10^4$	$357.004 \pm 0.4 \cdot 10^4$

Оцінювання часових варіацій астрономічних та геодезичних параметрів Землі. За останнє десятиліття вікова варіація в зональному гармонічному коефіцієнті другого порядку $\dot{\bar{C}}_{20}$ стала одним з найбільш стабільно визначених параметрів. Нижче досліджувались одержані в GFZ Potsdam [8] часові ряди трьохмісячних визначень коефіцієнтів $\bar{C}_{20}(t), \bar{S}_{22}(t)$ за даними CHAMP (жовтень 2000р. – червень 2003р.) і місячні значення $\bar{C}_{20}(t)$ за даними обробки GRACE (квітень 2002р. – листопад 2003р.). Після приведення $\bar{C}_{20}(t), \bar{S}_{22}(t)$ в систему головних осей інерції ми отримали можливість вивчення варіацій лише двох коефіцієнтів $\bar{A}_{20}(t)$ і $\bar{A}_{22}(t)$.

Обчислення вікової варіації $\dot{\bar{C}}_{20} \approx \dot{\bar{A}}_{20}$ виконано на основі сумісної обробки часових рядів $\bar{C}_{20}(t)$ CHAMP і GRACE. При розв'язуванні цієї задачі суттєву роль відіграють значно більші похибки визначення $\bar{C}_{20}(t)$ на початку місії CHAMP і GRACE, ніж вкінці 2003р., які зменшуються приблизно в три рази. Отримане за всіма даними $\dot{\bar{C}}_{20} = (1.86 \pm 3.3) \cdot 10^{-11} \text{ рік}^{-1}$ перевищує загальноприйняте значення в ~ 1.6 рази, що швидше за все пояснюється відносно коротким періодом часових наборів $\bar{C}_{20}(t)$ визначених за даними супутників CHAMP і GRACE. Точність визначення вікової варіації $\dot{\bar{A}}_{22}$ (дані CHAMP) на порядок більше, ніж сама $\dot{\bar{A}}_{22}$, що відповідає загальноприйнятій світовій ситуації простого вибору $\dot{\bar{A}}_{22} = 0$.

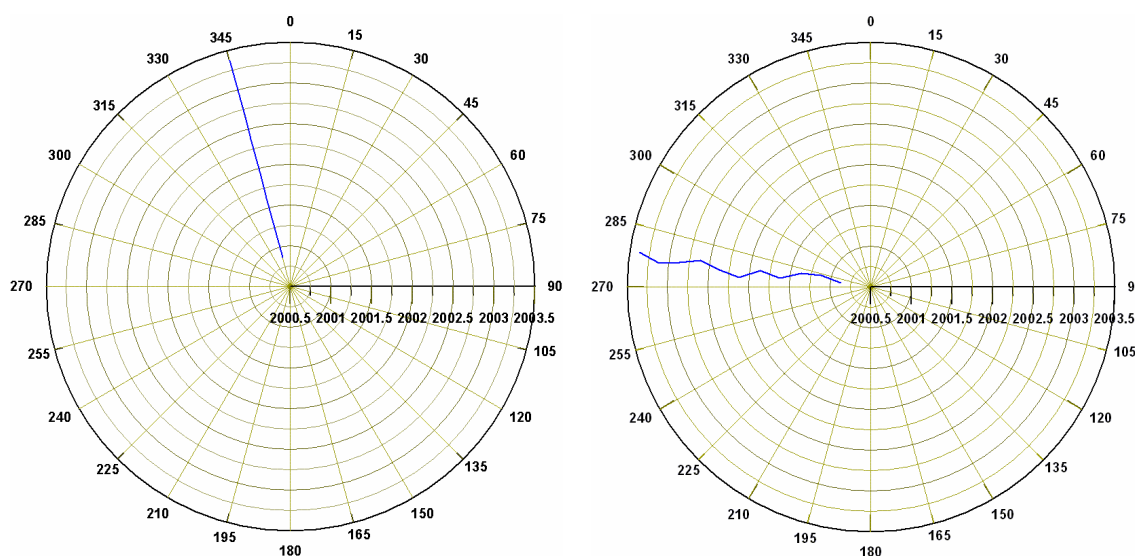


Рис.1. Довгота осі $A(t)$ (лівий рисунок) та довгота осі $C(t)$ (правий рисунок) інерції Землі як функції часу t за даними місії CHAMP

Проведені дослідження не дали покращення у визначенні \dot{C}_{20} і призвели до вибору $\dot{A}_{22} = 0$ та рекомендованого $\dot{C}_{20} \approx \dot{A}_{20} = 1.1628 \cdot 10^{-11} \text{ рік}^{-1}$. Приймаючи його за вихідне, обчислимо відповідні до параметрів (табл.5) вікові варіації, ілюструючи їх зміни як функції $\dot{C}_{20} \approx \dot{A}_{20}$ за додатковою умовою $\text{Trace}(\mathbf{J}) = \text{const}$ збереження сліду тензора інерції Землі. Вікову варіацію \dot{H}_D динамічного стиснення H_D :

$$dC = \dot{C}(t - t_0) = -\left(2\sqrt{5}\dot{A}_{20}/3\right) \cdot (t - t_0), \quad \left(\dot{C} = -\frac{2\sqrt{5}\dot{A}_{20}}{3} \right). \quad \dot{H}_D = -\sqrt{5}\dot{A}_{20} \frac{\text{Trace}(\mathbf{J})}{3C_0^2}$$

(17)

знайдемо на основі (13) з додатковою умовою $dA = dB = -dC/2$. Під умовою збереження сліду тензора інерції і з точністю до малих величин першого порядку знайдені вікові зміни: $\dot{p}_A = -0.012 ["/\text{cy}^2]$ – у постійній прецесії p_A ; $\dot{f} = -3.9001 \cdot 10^{-11} [1/\text{рік}]$ – у полярному стисненні f ; $\dot{\alpha} = -7.8970 \cdot 10^{-11} [1/\text{рік}]$, $\dot{\beta} = -7.8968 \cdot 10^{-11} [1/\text{рік}]$, $\dot{\gamma} = 5.7552 \cdot 10^{-16} [1/\text{рік}]$; – у функціях (α, β, γ) головних моментів інерції Землі, що використовуються у динамічних рівняннях Ейлера. Знайдене \dot{p}_A співпадає з величиною $0.014 ["/\text{cy}^2]$.

Висновки. Розроблена методика узгодження гармонічних коефіцієнтів $\bar{C}_{2m}, \bar{S}_{2m}$, яка базується на методологічно строгому їх перетворенні від заданої на фіксовану епоху системи координат до деякої близької системи, зв'язаної з віссю фігури планети за допомогою використання ортогональних матриць випадку скінченних обертань.

Результати узгодження ($t_0=2000$) гармонічних коефіцієнтів C_{2m}, S_{2m} шести моделей гравітаційного поля, побудованих в різних центрах аналізу, та окремого врівноваження сукупності 7 величин динамічних стиснень H_D і 6 наборів C_{2m}, S_{2m} дало можливість побудови однієї системи основних механічних та геометричних параметрів Землі з їх строгим оцінюванням точності на основі правила перетворення коваріацій. Виявлена *стабільність з часом у положенні довготи* осі $A(t)$ інерції, що має особливе значення для побудови теорії обертання Землі, оскільки відповідний параметр “трюхоносності планети” $\lambda_A = 14.9289^\circ \text{W}$ включається в сучасні теорії нутації Землі [1, 3].

1. Bretagnon P., Francou G., Rocher P. SMART97: A new solution for the rotation of the rigid Earth. // *Astronomy and astrophysics*, 329, 1998.– P.329-338.
2. Fukushima T. A New Precession Formula. // *The Astronomical Journal*, 126, 2003.– P. 494–534.
3. Hartmann T., Soffel M. A new nutation series for a rigid Earth model. In: Wytrzyszczak I.M. Lieske J.H. Feldman R.A. (eds.) *Dynamics and astrometry of Natural and Artificial Celestial Bodies*, Kluwer Academic Publishers. The Netherlands, 1999.– P. 287-293.
4. Lambeck K. Determination of the Earth's pole of rotation from laser range observations to satellites // *Bulletin Géodésique*, 101, 1971. – P. 263-281.
5. Marchenko A.N., Schwintzer P. Estimation of the Earth's tensor of inertia from recent global gravity field solutions // *Journal of Geodesy*, 76, 2003. – P. 495-509.
6. Mathews P. M., Herring T.A., Buffett B.A. Modeling of nutation and precession: Effect of electromagnetic coupling // *J. of Geophys. Res.*, Vol.107, No B4, 2002. – P. 180-196.
7. McCarthy D.D. IERS Conventions. IERS Technical Note 22, Observatoire de Paris, 2003.– 127p.
8. Reigber Ch., Jochmann H., Wunsch J., Neumayer K.H. and Schwintzer P. First insight into temporal gravity variability from CHAMP// *First CHAMP mission result for gravity magnetic and atmospheric studies*, Springer-Berlin, 2003.– P.128-133.
9. Roosbeek F., Dehant V. RDAN 97: An analytical development of rigid Earth nutation series using the torque approach. // *Celestial Mechanics and dynamical Astronomy*, 70, 1998– P. 215-253.
10. Souchay J. and Kinoshita H. Corrections and new developments in rigid Earth nutation theory: I. Lunisolar influence including indirect planetary effects // *Astronomy*

and Astrophysics, 312, 1996.–P.1017-1030. 11. Williams J.G. Contributions to the Earth's obliquity rate, precession and nutation // The Astronomical Journal, 108, 1994.–711-724.

УДК 528.21/22

П. Двудіт, О. Заяць, Ю. Голубінка
Національний університет «Львівська політехніка»

ОБЧИСЛЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ГРАВІТАЦІЙНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛІ ЗА ДАНИМИ ГРАВІМЕТРИЧНИХ І GPS – ВИМІРІВ

© Двудіт П., Заяць О., Голубінка Ю., 2007

В роботі представлена методика вычисления высот квазигеоида и гравиметрических составляющих уклонений отвесных линий. Разработан алгоритм вычисления указанных параметров с использованием “чистых” аномалий силы тяжести и представлены результаты практических вычислений для пунктов локального полигона.

The method of quasigeoid height and gravimetric plumb lines deflections computation is proposed. The appropriate computation algorithm was developed and some practical results for local area were given.

Постановка проблеми

Традиційно для обчислення висот квазігеоїда і гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній використовують “змішані” аномалії сили ваги, оскільки визначення планових і висотних координат виконується окремо. Проблему визначення гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній і висот квазігеоїда у пунктах фізичної поверхні Землі за виміряними на ній “змішаними” аномаліями сили ваги розв’язав М. С. Молоденський [6]. Його інтегральні формули складаються з головних і поправкових членів. Головні члени формул (нульове наближення) збігаються з відповідними формулами Стокса і Венінг-Мейнеса. Далі можна обчислити поправкові члени в першому і другому наближеннях Молоденського, які залежать від рельєфу [4]. В задачах Молоденського як і Стокса використовують “змішані” аномалії прискорення сили ваги, що представлені у вигляді гравіметричних карт різних масштабів. Ці характеристики отримують числовим інтегруванням шляхом врахування впливу окремих областей поля аномалій сили ваги. Для цього використовують прозору палетку В.Ф.Єремєєва [5], виготовлену в масштабі гравіметричних карт. Але вказана методика обчислення не дає можливості автоматизувати процес обчислень.

Сучасні супутникові навігаційні системи (GPS, ГЛОНАСС) дають можливість визначати геодезичну висоту пунктів фізичної поверхні Землі. А це означає, що з GPS-вимірів можна обчислити “чисті” аномалії сили ваги [8].

В роботі пропонується методика обчислення елементів гравітаційного поля з використанням “чистих” аномалій сили ваги та перетворених формул Венінг-Мейнеса і Неймана-Коха. Для цього розроблено алгоритм числового інтегрування та виконано його реалізацію в середовищі візуального програмування Delphi 5.0 на мові програмування Object Pascal з використанням цифрової моделі поля аномалій сили ваги.

Зв’язок із важливими науковими і практичними завданнями

Уточнення і автоматизація процесу обчислень гравіметричних складових відхилень прямовисних ліній і висот квазігеоїда направлено на вирішення основної наукової задачі геодезії – визначення фігури та зовнішнього гравітаційного поля Землі з точністю сучасного рівня.