

## АНАЛОГОВО-ІМПУЛЬСНИЙ ПРИСТРІЙ ФАЗОВОЇ СИНХРОНІЗАЦІЇ З АСТАТИЗМОМ ПЕРШОГО ТА ДРУГОГО ПОРЯДКУ

© Бондарєв А.П., Борсук О.П., 2011

Із використанням методу лінеаризації проаналізовано роботу пристрою фазової синхронізації першого та другого порядку. Використано логарифмічні амплітудно-частотні характеристики для визначення основних параметрів експериментальної моделі. Побудовано експериментальну модель для перевірки результатів досліджень.

**Ключові слова:** метод лінеаризації, АЧХ.

The PLL device with of first and second order are investigated the linearization methods. To determine the parameters of the model used log-linear frequency response. Implemented an experimental model for verify of the research results.

**Key words:** linearization methods, AFC.

### Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими завданнями

Імпульсні пристрої фазової синхронізації широко застосовують у сучасній цифровій техніці, зокрема в цифрових системах передачі, де виникає проблема джиттера (фазових флуктуацій) цифрового потоку.

З теоретичного погляду пристрій фазової синхронізації є оптимальним фільтром для гармонічного сигналу із фазовими флуктуаціями на фоні адитивної шумової завади. Проектуванню та аналізу пристроїв фазової синхронізації присвячена значна кількість досліджень [1, 2, 3].

Однак недостатньо висвітленими залишилися питання вибору параметрів пристрою, які б забезпечували компроміс між динамічною похибкою стеження, зумовленою швидкістю зміни частоти сигналу, та статичною похибкою, зумовленою впливом шумової завади.

Метою цієї роботи є визначення оптимальних параметрів пристрою фазової синхронізації на основі побудованої математичної моделі та опис реалізованої експериментальної установки і результатів її досліджень.

Об'єктом досліджень цієї роботи є пристрій фазової синхронізації, його динамічна похибка, яка виникає у разі швидких змін частоти або фази на вході.

У роботі описано дослідження імпульсних пристроїв фазової синхронізації з астатизмом першого та другого порядку, починаючи від аналітичного до побудови натурної моделі. Для побудови аналітичної моделі використано лінеаризовану модель.

Описано способи усунення частотної та фазової похибки з використанням інтегруючих фільтрів першого та другого порядку.

Використовуючи дискретну логіку, реалізовано пристрій фазової синхронізації.

### Аналітична модель пристрою стеження

Структура пристрою фазового автоматичного підстроювання частоти (ФАПЧ) зображена на рис. 1.

До складу пристрою ФАПЧ входять функціонально необхідні складові: фазовий детектор (ФД), фільтр нижніх частот (ФНЧ), генератор, керований напругою (ГКН) та програмований подільник частоти (ППЧ) на  $N$ . На виході ФД формується напруга  $\varepsilon$ , пропорційна різниці фаз коливань  $f_{\text{КН}}$  та еталонного генератора  $f_{\text{ЕГ}}$ . Фільтром (ФНЧ) згладжуються високочастотні складові напруги  $\varepsilon$ , що можуть бути спричинені короткочасними змінами амплітуд і частот еталонного та керованого генераторів внаслідок дії завад.

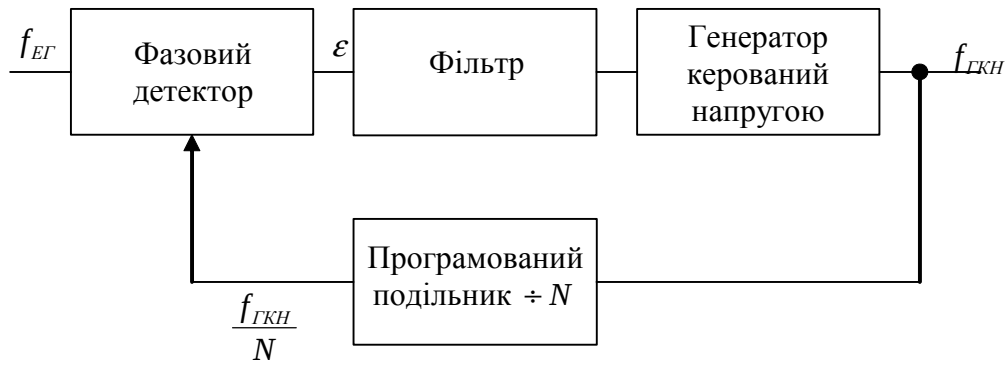


Рис. 1. Структурна схема пристрою ФАПЧ

Миттєве значення різниці фаз генераторів пов'язане з миттєвим значенням різниці частот  $f_{ГКН}$  та  $f_{ЕГ}$  таким співвідношенням:

$$\varphi(t) = 2\pi \int_0^t (f_{ГКН} - f_{ЕГ}) dt, \quad (1)$$

котре можна записати, скориставшись перетворенням Лапласа, як

$$p\varphi = 2\pi(f_{ГКН} - f_{ЕГ}) \quad (2)$$

Отже, відповідно до (1) ФД в пристрої ФАПЧ виконує функцію інтегровального елемента, внаслідок чого пристрій буде астатичним по відношенню до різниці частот, тобто усталений режим у ньому можливий лише за умови рівності частот  $f_{ГКН}$  та  $f_{ЕГ}$ .

Як ФД використовують аналоговий пристрій, що перемножує обидва сигнали. На виході ФД виникає напруга  $\varepsilon$ , пропорційна різниці фаз обидвох сигналів, та комбінаційні складові частот  $f_{ГКН}$  та  $f_{ЕГ}$ , котрі придушуються фільтром, що входить у склад ФД. Постійна часу цього фільтра набагато менша від тривалості перехідних процесів ФАПЧ, тому вплив його зазвичай не враховують. Отже, вважаємо ФД безінерційним елементом. З врахуванням наведеного, напруга на виході ФД визначатиметься виразом [Л.1]:

$$\varepsilon = U_{\Phi Д} = K_{\Phi Д} \cdot \cos \varphi. \quad (3)$$

Тут  $K_{\Phi Д}$  – коефіцієнт передачі, що має розмірність напруги.

З урахуванням коефіцієнта передачі фільтра Ф та ГКН визначимо частоту ГКН:

$$f_{ГКН} = f_{ГКН0} - K_{\Phi Д} \cdot K_{ГКН} \cdot \cos \varphi, \quad (4)$$

де  $f_{ГКН0}$  – власна частота керованого генератора при  $U_{\Phi Д} = \varepsilon = 0$  (у разі розімкненого кола керування).

На підставі (4) будуюмо структурну (алгоритмічну) модель пристрою (рис. 2).

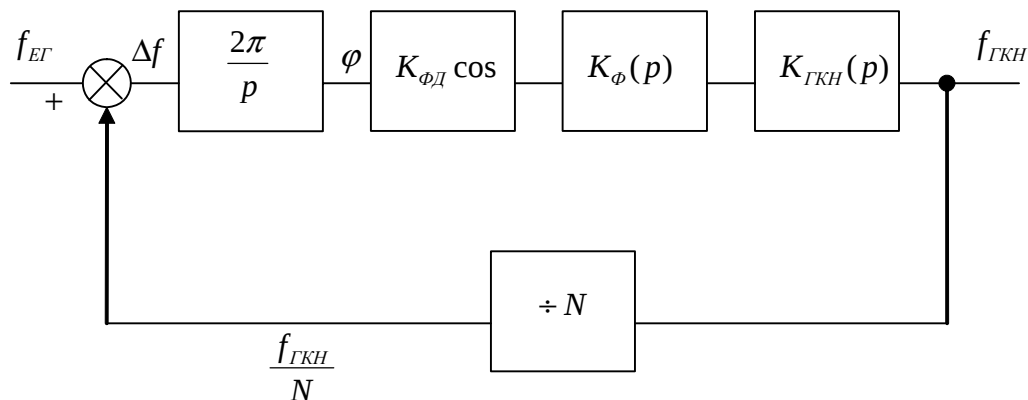


Рис. 2. Структурна (алгоритмічна) модель пристрою ФАПЧ.

З цієї схеми видно, що різниця фаз є результатом проходження різниці частот  $\Delta f = f_{ГКН} - f_{ЕГ}$  через інтегруючу ланку з коефіцієнтом передачі  $\frac{2\pi}{p}$ . Отже, в ФД здійснюється віднімання частот, інтегрування, множення на  $2\pi$  і  $K_{ФД}$ , операція косинусоїдальної залежності, умовно позначеної на рис.2 „cos”. Далі знаходиться фільтр з коефіцієнтом передачі  $K_{\Phi}(p)$  та керований генератор ГКН з коефіцієнтом передачі  $K_{ГКН}(p)$ , котрий має розмірність Гц/В. Зауважимо, що рівняння (1)–(4) записані для випадку  $N=1$  та при гармонійних коливаннях обох генераторів. Тільки у цьому разі характеристика з ФД буде періодичною косинусоїдальною функцією. Якщо сигнали будуть відмінними від гармонійних, то характеристика ФД наблизатиметься до трикутної. Враховуючи, що у зворотному зв'язку може бути подільник з коефіцієнтом передачі  $\frac{1}{N}$ , вихідна частота керованого генератора буде:

$$f_{ГКН} = N \cdot f_{ЕГ} \quad (5)$$

Змінюючи коефіцієнт ділення, можемо отримати сітку частот високої стабільності з дискретним кроком, кратним частоті еталонного генератора.

Використовуючи метод лінеаризації, одержано структурні схеми для пристрою фазової синхронізації з астатизмом першого та другого порядку.

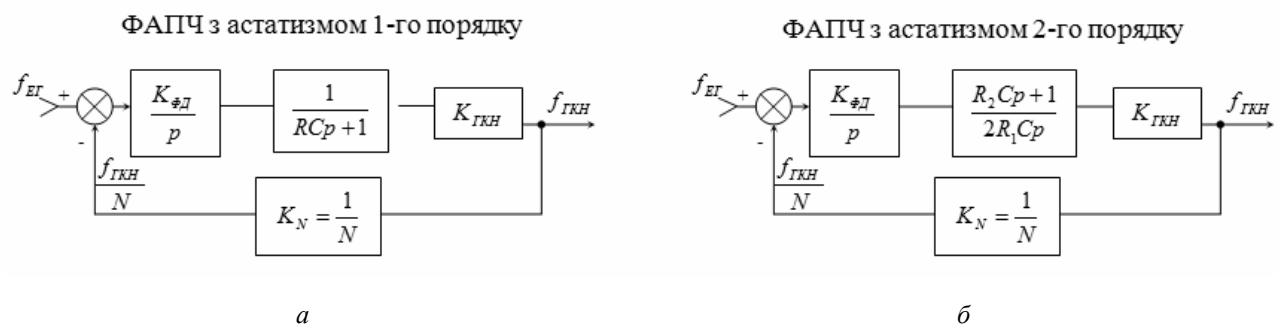


Рис. 3. Структурні схеми пристроїв ФАПЧ з астатизмом першого (а) та другого (б) порядку

З диференціальних рівнянь системи отримано характеристичні рівняння пристрою з астатизмом першого та другого порядку

$$1 + \frac{K_{\PhiД}}{p} \cdot \frac{1}{RCp+1} K_{ГКН} \frac{1}{N} = 0 \quad 1 + K_{ПР}(p) K_{зв} = 0, \quad (6)$$

$$p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 = 0, \quad (7)$$

з урахуванням, що  $\xi = \cos\psi (0^\circ \leq \psi \leq 90^\circ)$

З астатизмом другого порядку:

$$1 + \frac{K_{\PhiД}}{p} \cdot \frac{R_2Cp+1}{R_1C} K_{ГКН} \frac{1}{N} = 0, \quad (8)$$

$$p^2 + 2\xi\omega_n p + \omega_n^2 = 0, \quad (9)$$

З урахуванням, що  $\omega_n^2 = \frac{K_{\PhiД} K_{ГКН}}{R_1 C N}$ ,  $2\xi\omega_n = \frac{K_{\PhiД} K_{ГКН}}{R_1 N}$ ;

З рівнянь (6)–(9) було отримано часові діаграми перехідних процесів в пристрої ФАПЧ, які зображено на рис. 4.

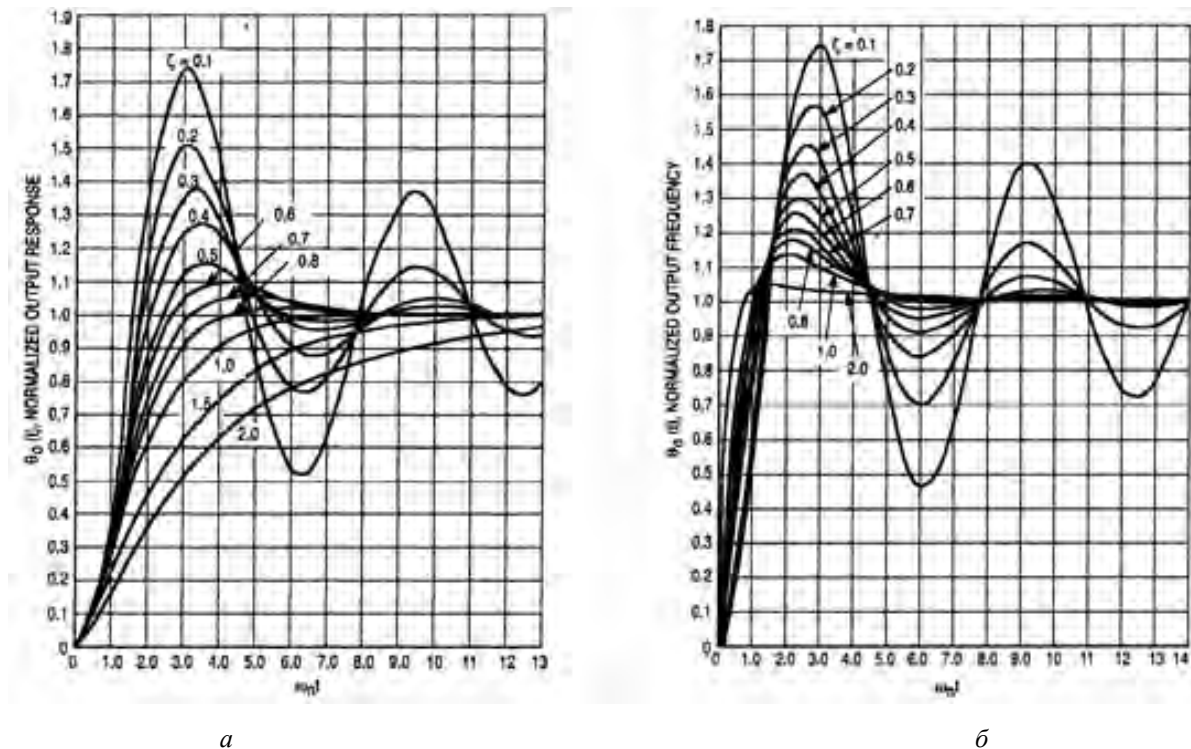


Рис. 4. Часові діаграми перехідних процесів в пристрої ФАПЧ

Діаграми показують характер зміни фазової похибки залежно від вибраних параметрів пристрою. З діаграм можна побачити, що за збільшення загального коефіцієнта передачі, це призводить до збільшення коефіцієнта  $\xi$ .

#### Визначення точності роботи пристрою ФАПЧ

Точність роботи будь-якого пристрою, зокрема і ФАПЧ, основна проблема сучасної теорії автоматичного керування. Підставимо (4) в (2) і отримаємо основне рівняння ФАПЧ:

$$p\varphi + \Delta\omega_M \cdot \cos\varphi = \Delta\omega_{\Pi} \quad (10)$$

Тут  $\Delta\omega_M = 2\pi \cdot K_{\text{ФД}} \cdot K_{\text{ГКН}}$ . Величина  $\Delta\omega_M$  – це максимально можливе для цього пристрою відхилення частоти ГКН. Воно відповідає максимальній напрузі на виході ФД, що дорівнює  $U_{\text{ФД}} = \varepsilon = K_{\text{ФД}}$ , яку отримуємо при  $\cos\varphi = 1$ . Величина  $\Delta\omega_{\Pi}$  – початкове розстроювання еталонного та керованого генераторів.

З (10) видно, що пристрій ФАПЧ описується нелінійним диференціальним рівнянням. Регулярних методів розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь сучасна математика запропонувати не може. Тому найчастіше використовуються наближені способи розв'язку або аналізу цього рівняння. Одним із них є лінеаризація рівняння в області станів стійкої рівноваги.

Точність роботи пристрою ФАПЧ, як і будь-якої іншої системи САК, залежить як від виду сигналу, чи зміни сигналу, на вході системи, так і від порядку астатизму системи. Під час розроблення схем САК користуються так званими типовими рівняннями стійких систем з першим другим (рідше третім) порядками астатизму. Оскільки в пристрої ФАПЧ похибки в усталеному режимі за частотою не буде, а лише за фазою, то вигідно схему зображено на рис. 2 до узагальненого вигляду рис. 5 з одиничним зворотним зв'язком.

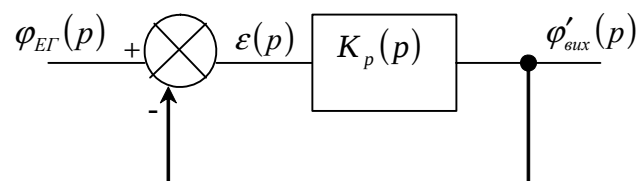


Рис. 5. Узагальнена структурна схема пристрою ФАПЧ

На цій схемі позначено:  $\varphi_{EG}(p)$  – початкова фаза коливань еталонного вхідного сигналу генератора;  $\varphi'_{вих}(p) = \varphi_{вих}(p)/N$  – фаза коливань на виході програмованого подільника частоти, керованого напругою генератора (ГКН);  $\varepsilon(p)$  – похибка за фазою пристрою ФАПЧ;  $K_p(p)$  – коефіцієнт передачі розімкненої системи, котрий враховує коефіцієнт передачі фазового детектора, фільтра, ГКН та подільника частоти на  $N$ .

Похибку пристрою  $\varepsilon(p)$  можна визначити в операторній площині Лапласа з такого співвідношення:

$$\varepsilon(p) = K_{nox}(p) \cdot \varphi_{EG}(p) \quad (11)$$

Тут  $K_{nox}(p)$  – коефіцієнт передачі пристрою за похибкою, котрий пов'язаний з коефіцієнтом передачі розімкненої системи  $K_p(p)$  таким співвідношенням:

$$K_{nox}(p) = \frac{1}{1 + K_p(p)} \cdot \varphi_{EG}(p) \quad (12)$$

Скористаємось теоремою про граничне значення функції для визначення похибки усталеного режиму в часовій площині

$$\lim_{t \rightarrow \infty} [\varepsilon(t)] = \lim_{p \rightarrow 0} [p \cdot \varepsilon(p)] \quad (13)$$

Отже, похибка в системі залежить від виду вхідного сигналу (12). Найуживанішими видами є такі детерміновані сигнали:

а) постійний (позиційний) сигнал типу “одинична сходинка”, котрий в часовій площині записується таким виразом:

$$\varphi(t) = C_{II}(t) \Big|_{t \geq 0} \quad (14)$$

або його зображення в площині Лапласа

$$\varphi(p) = \frac{C_{II}}{p} \quad (14.1)$$

тут  $C_{II}$  – величина відхилення фази вхідного сигналу від стану рівноваги системи, вимірювана в радіанах.

б) сигнал, котрий змінюється в часі з постійною швидкістю:

$$\varphi(t) = C_V(t) \Big|_{t \geq 0} \quad (15)$$

або його зображення в площині Лапласа

$$\varphi(p) = \frac{C_V}{p^2} \quad (15.1)$$

тут  $C_V$  – величина швидкості  $V$  зміни вхідного сигналу (фази) в радіанах за секунду.

в) сигнал, котрий змінюється в часі з постійним прискоренням ( $a$ ):

$$\varphi(t) = C_a t^2 \quad (16)$$

або його зображення в площині Лапласа

$$\varphi(p) = \frac{2C_a}{p^3} \quad (16.1)$$

тут  $C_a$  – величина прискорення ( $a$ ) зміни вхідного сигналу в радіанах за секунду в квадраті.

Типові вирази для коефіцієнтів передачі САК залежно від порядку астатизму є такими:

$$K_p(p) = \frac{K_V}{p(Tp + 1)} \quad (17)$$

тут  $K_V$  – добротність системи за швидкістю зміни вхідного сигналу для системи з першим порядком астатизму (з одним інтегратором);  $T$  – постійна часу фільтра;

$$K_p(p) = \frac{K_a(T_k p + 1)}{p^2} \quad (18)$$

тут  $K_a$  – добротність системи за прискоренням зміни вхідного сигналу для системи з другим порядком астатизму (з двома інтеграторами);  $T_k$  – постійна часу ланки корекції;

$$K_p(p) = \frac{K(T_{k1}p + 1) \cdot (T_{k2}p + 1)}{p^3} \quad (19)$$

тут  $K$  – добротність системи з третім порядком астатизму (трьома інтеграторами) та двома ланками корекції з постійними часу  $T_{k1}$  та  $T_{k2}$ .

Наприклад, похибка в усталеному режимі за фазою в пристрої ФАПЧ з першим порядком астатизму за постійного відхилення вхідного сигналу (14) за рівнянням (13) з врахуванням (12) та (17) буде визначатись:

$$\varepsilon(p) = \left[ \frac{1}{1 + \frac{K_V}{p(Tp + 1)}} \right] \cdot \frac{C_{II}}{p} = \frac{(p + a)C_{II}}{(p^2 + ap + K_V)} \quad (20)$$

в операторній формі, або в часовій площині

$$\varepsilon(t \rightarrow \infty) = \lim_{p \rightarrow 0} \left[ p \frac{C_{II}(p + a)}{(p^2 + ap + K_V)} \right] = 0 \quad (21)$$

тут позначено  $a = \frac{1}{T}$ .

Отже, усталене значення похибки за фазою дорівнює нулю у разі стрибкоподібної зміни фази вхідного сигналу.

Результати впливу простих типових детермінованих сигналів на точність роботи пристрою ФАПЧ, побудованих за рівняннями (17), (18), (19) та розрахованих як наведено у прикладі, зведено у таблицю.

#### Результати розрахунку похибок за фазою в усталеному режимі для типових сигналів залежно від порядку астатизму системи

| Тип сигналу          | Порядок астатизму                              |                                                |        |
|----------------------|------------------------------------------------|------------------------------------------------|--------|
|                      | перший                                         | другий                                         | третій |
| Позиційний           | нуль                                           | нуль                                           | нуль   |
| Постійна швидкість   | Константа<br>$\varepsilon_V = \frac{C_V}{K_V}$ | нуль                                           | нуль   |
| Постійне прискорення | нескінченість                                  | Константа<br>$\varepsilon_a = \frac{C_a}{K_a}$ | нуль   |

Користуючись табл. 1, можемо вибрати найпростіший варіант структурної схеми системи залежно щодо вимог до умов роботи та необхідної точності.

#### Побудова експериментальної моделі пристрою

Для побудови експериментальної моделі пристрою було використано дискретну логіку, таку, як МСР4046ВСР, що в своєму складі має два типи фазових детекторів (ФД), генератор керований напругою (ГКН), стоковий повторювач (СП), і буферний підсилювач (БП), для вхідного сигналу.

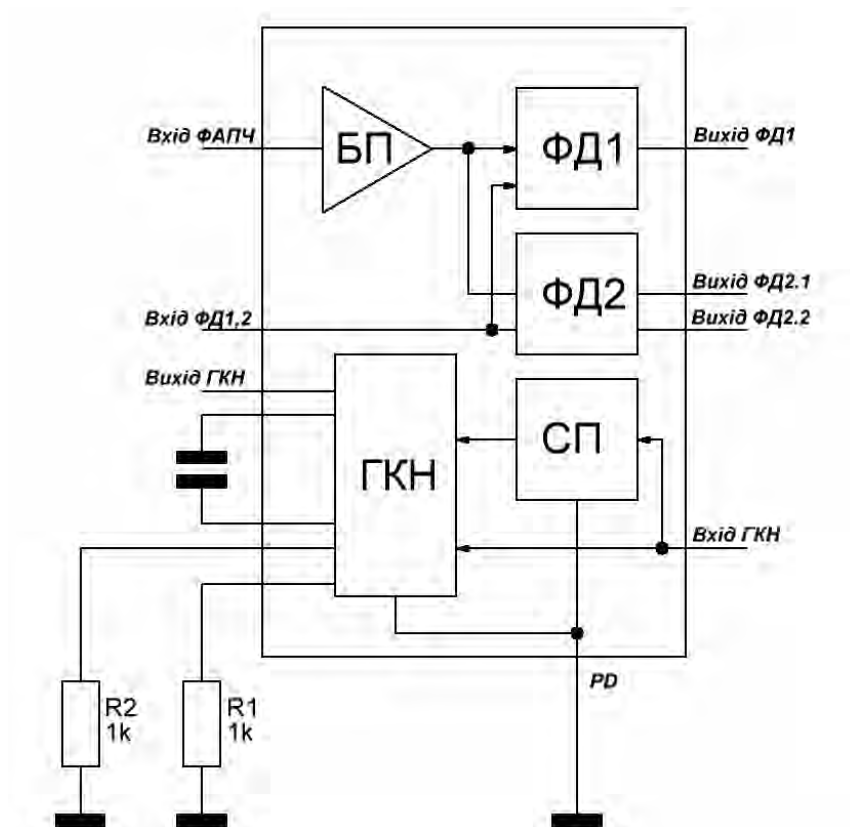


Рис. 6. Функціональна схема мікросхеми MC4046BCP

Форма сигналу на виході ГКН – меандр. Налаштовували ГКН на початкове значення частоти (32,768Гц) резисторами R1, R2 та конденсатором C1.

Через велику крутість характеристики ГКН було додатково введено подільник частоти.

Фільтри нижніх частот були реалізовані на RC-ланках. Принципова схема блока фільтрів зображена на рис. 7.

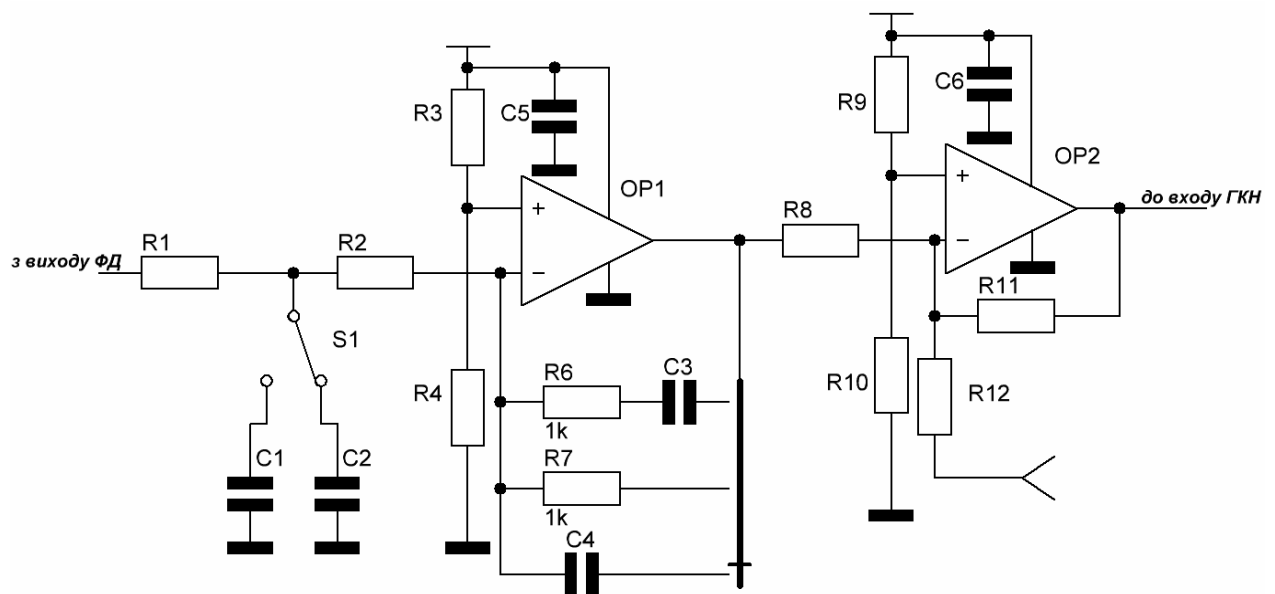


Рис. 7. Блок фільтрів пристрою ФАПЧ

Інтегруюча ланка була реалізована на резисторах R1 та C1,C2, пропорційно інтегруюча на R6, C3, R19, другий інтегратор C4. Оскільки мікросхеми мають однополярне живлення, для операційних підсилювачів було введено зміщення по напрузі.

Функції передавання замкнутої петлі ФАПЧ мають вигляд:

рівняння розімкнутого пристрою першого порядку без корекції

$$K_p(p) = \frac{K_{\phi D} K_{ГКН}}{p(T_{0p} + 1)N} = \frac{K_V}{p(T_{0p} + 1)}, \quad (22)$$

рівняння розімкнутого пристрою першого порядку з корекцією

$$K_p^{кор}(p) = \frac{K_V(T_{Kp} + 1)}{p(T_{0p} + 1)(T_{2p} + 1)}, \quad (23)$$

рівняння розімкнутого пристрою другого порядку без корекції

$$K_p(p) = \frac{K_V}{p^2(T_{0p} + 1)}, \quad (23)$$

рівняння розімкнутого пристрою другого порядку з корекцією

$$K_p^{кор}(p) = \frac{K_V(T_{Kp} + 1)}{p^2(T_{0p} + 1)}, \quad (24)$$

За рівняннями (22)–(24) були побудовані ЛАЧХ пристроїв, які дали змогу визначити постійні часу фільтрів для необхідних значень частот зрізу із збереженням динамічних властивостей пристрою фазової синхронізації. ЛАЧХ зображені на рис. 8, 9.

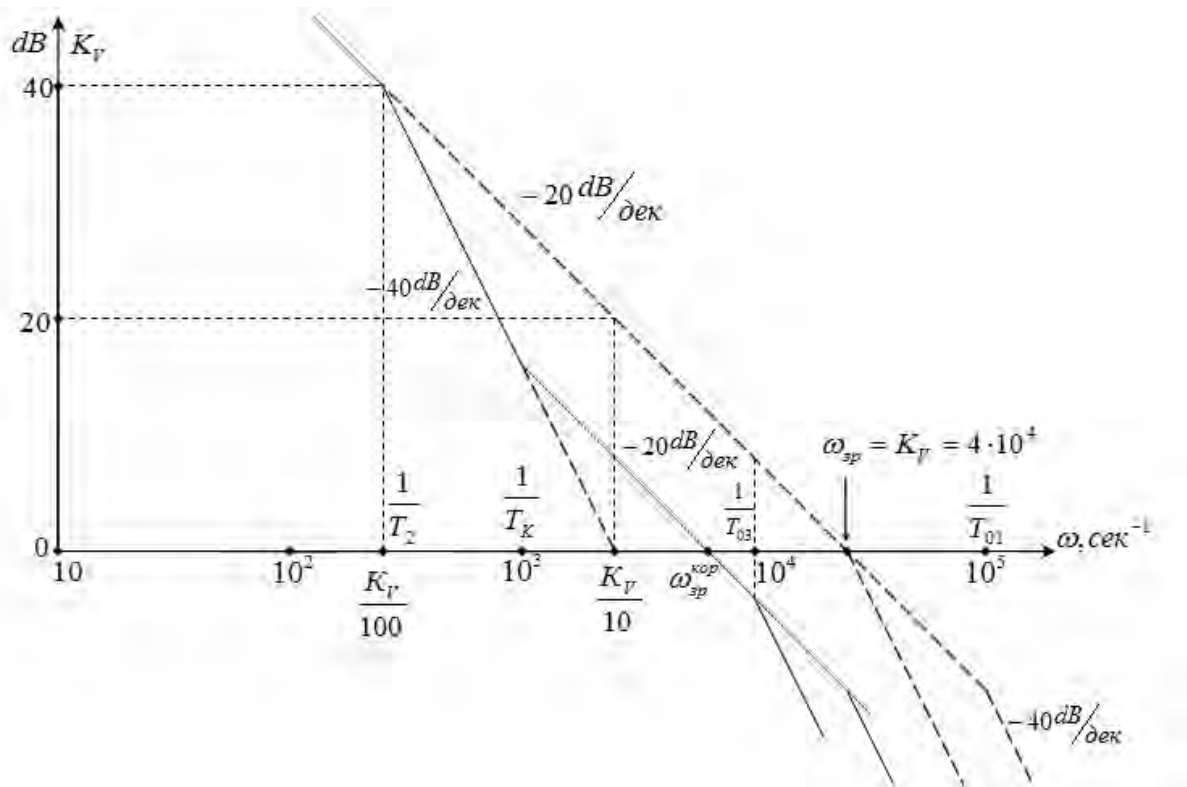


Рис. 8. ЛАЧХ пристрою ФАПЧ з одним інтегратором та ФНЧ без корекції (пунктирна) та з корекцією (суцільна) лінії

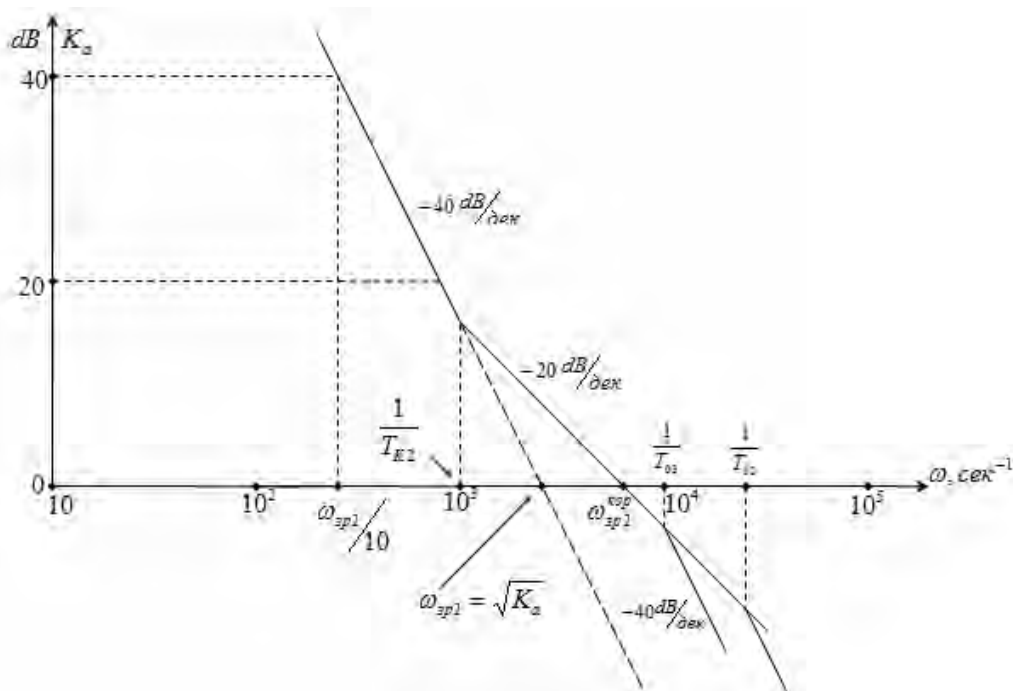


Рис. 9. ЛАЧХ пристрою ФАПЧ з двома інтеграторами та ФНЧ нестійка без корекції (пунктирна) та з корекцією (суцільна) лінії

Визначені з цих ЛАЧХ параметри пристроїв були схемотехнічно реалізовані у пристрої, зображеному на рис.8. Проведені експериментальні дослідження пристрою за умови фазоманіпульованого сигналу на вході показали можливість досягнення аперіодичного характеру перехідного процесу, що відповідає кривій  $\xi = 0.8$  на рис. 4, а та  $\xi = 2$  – на рис. 4, б.

### Висновки

Порівняльним аналізом виявлено, що найкращим за точністю стеження є пристрій з третім порядком астатизму. Однак перехідні процеси в такому пристрої мають сильний коливальний характер, а також виникають труднощі щодо забезпечення стійкості під час реалізації системи.

На основі отриманих результатів було побудовано експериментальну модель пристрою фазової синхронізації, яка підтвердила аналітичні розрахунки.

Під час аналітичних та експериментальних досліджень було виявлено:

1. З використанням пропорційно інтегруючої ланки в пристрій фазової синхронізації відсутня частотна похибка, але присутня фазова.
2. З використанням другої інтегруючої ланки відсутня як частотна, так і фазова похибки.
3. На відміну від ФАПЧ з пропорційно-інтегруючою ланкою використання другого інтегратора поліпшило властивості завадостійкості пристрою, але дещо погіршило його динамічні властивості.

Напрямок подальших досліджень буде нелінійний аналіз пристроїв ФАПЧ в умовах динамічної зміни частоти та впливу шумів.

1. Шахгильдян В.В., Ляховкин А.А. Системы фазовой автоподстройки частоты. – М.: Связь, 1972. – 447 с. 2. Best R.E. Phase-locked loops: design, simulation, and applications (professional engineering). New York: McGraw-Hill Companies Inc., 2003 – 436 p. 3. Автоматическая подстройка фазового набега в усилителях / Под ред.. М.В. Капранов. – М.: Сов. Радио, 1972. – 152 с.